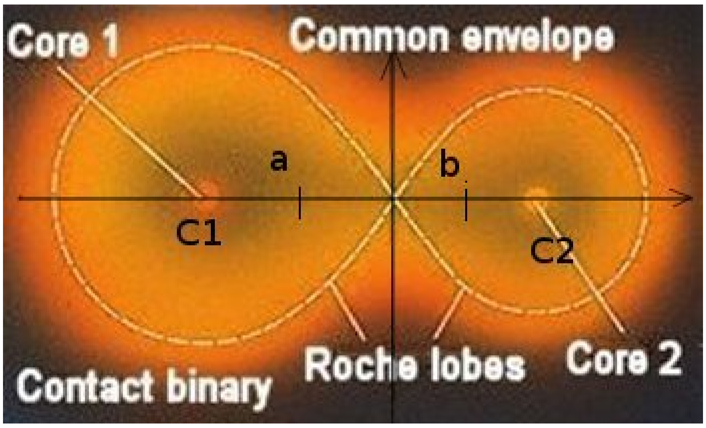
Formulazione matematica dell'effetto di O'Connell

Stefano Mandelli

Queste brevi righe sono sono state scritte in spiegazione al lavoro di Qing-Yao Liu e Yu-Lan Yang che nel periodico di astronomia ***Chin. J. Astron. Astroph. Vol 3 (2003), No.2 pagine 142-150*** propongono un modello molto semplice ma interessante per spiegare l'effetto di O'Connell.

1 Presentazione

Le le componenti dei sistemi doppi stretti sono sottoposti a grandi sollecitazioni, quindi è sensato pensare che che in prossimità del lobo critico di potenziale ci siano delle piccole fluttuzioni che fanno disperdere gli strati più esterni dell'atmosfera delle due componenti, liberando nello spazio circostande del gas che va a costituire un alone di materia intorno al sistema binario stesso. Supponendo questo, la trattazione risulta estremamente semplice se consideriamo un sistema di riferimento in coordinate rettangolari:



siano $C_1(-a-R_1,0)$ e $C_2(b+R_2,0)$, definisco $A = ||a|| + ||b||$ allora posso scrivere:

$$a = \frac{Aq - R_1(1+q)}{1+q} \tag{1}$$

$$b = \frac{A - R_2(1+q)}{1+q} \tag{2}$$

Definite queste grandezze di partenza possiamo definire l'elementino di superficie come $ds = 2ydx$. La velocità di ogni singolo punto del nostro corpo è definibile banalmente come:

$$V(x) = \frac{2\pi}{P}x \tag{3}$$

Quindi ora supponendo che il disco di polveri abbia densità ρ allora un punto sulla stella situazito nella posizione x, raccoglie pari ad un quantitativo di

$$\delta m_{x_i} = \rho\omega x \tag{4}$$

Per avere il contributo di tutta la superficie della stella basta che integro su tutta la supericie e ottengo:

$$\delta m = \rho\omega x ds = \frac{\rho 4\pi y x}{P}dx \tag{5}$$

io ora sto ipotizzando che le mie due componenti siano ferme e sia mobile il disco di polveri. Gli elemntini del disco impattando contro la stella passano da una energia cinetica δK a zero quindi conoscendo l'energia cinetica della massa infinitesima raccolta che sarà:

$$\delta K = \frac{1}{2}\delta m V^2 = \frac{8\pi^3\rho x^3}{P^3}dx \tag{6}$$

posso pensarla che si trasformi completamente in energia termica, quindi il flusso bolometrico delle due stelle varierà di una quantità pari a:

$$\Delta L_1 = \frac{8\pi^3\rho}{P^3}\int_a^{a+2R_1} dx \left(R_1^2 - \left(x - \frac{Aq}{1+q}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} x^3 \tag{7}$$

$$\Delta L_2 = \frac{8\pi^3\rho}{P^3}\int_b^{b+2R_2} dx \left(R_2^2 - \left(x - \frac{A}{1+q}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} x^3 \tag{8}$$

Integro e risulta che:

$$\Delta L_1 = \frac{\pi^4 A q R_1^2 \rho}{P^3(1+q)}\left(3R_1^2 + \frac{4A^2q^2}{(1+q)^2}\right) \tag{9}$$

$$\Delta L_2 = \frac{\pi^4 A R_2^2 \rho}{P^3(1+q)}\left(3R_1^2 + \frac{4A^2}{(1+q)^2}\right) \tag{10}$$

Sapendo che la liminosità delle due componenti è definita come:

$$L_1 = R_1^2 T_1^4 \tag{11}$$

$$L_2 = R_2^2 T_2^4 \tag{12}$$

La differenza di magnitudine (BOLOMETRICA!!!!) tra i due massimi risulta semplice calcolarla!

$$\Delta m = -2,5\log\frac{(L_1+L_2)+\Delta L_1}{(L_1+L_2)+\Delta L_2} \tag{13}$$

Questo è un esempio lampante come con semplicissimi conti si è potuti arrivare a valutare l'intensità di azione dell'effetto di O'Connell