STIME SECONDO IL METODO DI ARGELANDER

La stima della magnitudine di una variabile con il metodo di Argelander si basa, come per gli altri metodi (metodo frazionario, metodo di Pogson) sul confronto della variabile con due stelle di magnitudine nota, delle quali una deve essere più luminosa della variabile e l'altra più debole.

La condizione ideale è che le stelle di confronto e la variabile siano visibili nello stesso campo, in modo da non dover spostare lo strumento o, nel caso di osservazione ad occhio nudo, non dover girare la testa: questo perché renderebbe necessario "memorizzare" la luminosità di una stella prima di passare all' altra, introducendo un ulteriore fattore di incertezza nella stima. Se le stelle si trovano nello stesso campo è invece facile effettuare un confronto diretto. Queste considerazioni sono in genere valide qualunque sia il metodo di stima usato.

Per quanto riguarda la scelta delle stelle di confronto (anche in questo caso la regola si può considerare generalizzabile a qualunque metodo di osservazione), è preferibile che la magnitudine delle stelle di confronto non sia troppo maggiore o troppo minore rispetto a quella, presunta, della variabile. Questo perché, come vedremo, il metodo perde di affidabilità su differenze estreme di magnitudine (oltre i 5 "gradini" di differenza).

Il metodo consiste essenzialmente in una stima della differenza di luminosità tra le due coppie: stella più luminosa-variabile (che indicheremo con A-V) e variabile-stella meno luminosa (che possiamo indicare con V-B). La differenza di luminosità dovrà essere espressa sotto forma di "gradini", come segue:

- **0 GRADINI** : Quando le due stelle appaiono uguali anche dopo una osservazione prolungata
- **1 GRADINO** : Quando le due stelle al primo colpo d'occhio sembrano uguali e solo dopo un certo tempo ci si accorge che una è più luminosa dell'altra.
- **2 GRADINI** : Quando le due stelle sembrano uguali al primo colpo d'occhio ma subito dopo si nota un differenza di luminosita'.
- **3 GRADINI** : Quando gia' al primo colpo d'occhio si nota una certa differenza.
- **4 GRADINI** : Quando al primo colpo d'occhio la differenza e' ben evidente.
- **5 GRADINI** : Quando si ha un'evidente sproporzione di luminosita' fra le stelle in esame

Con un po' di pratica è possibile stimare anche il mezzo gradino. La gradazione della differenza di luminosità è inevitabilmente legata in parte a fattori soggettivi; l'ampiezza di ciascun gradino può essere infatti abbastanza diversa da un osservatore ad un altro, per le diversa sensibilità dell' occhio ma anche per il diverso grado di allenamento ed è altrettanto evidente che una differenza di 5 gradini introduce una maggiore incertezza sulla reale differenza di luminosità (è praticamente impossibile, e comunque inutile, definire gradini superiori al 5). E' per questo motivo che in genere si raccomanda di scegliere stelle di confronto che non differiscano troppo dalla variabile come luminosità: in linea di massima i valori ideali sono inferiori ad una magnitudine, almeno per gli osservatori alle prime armi.

Una volta ricavata la stima, che potremo esprimere con la notazione classica A(x)V(y)B (dove A e B sono le magnitudini delle stelle di confronto, x e y sono, rispettivamente, i gradini di differenza tra la stella A e la variabile e tra la stella B e la variabile) si può passare alla fase di calcolo della magnitudine. Questa notazione evidenzia il fatto che la variabile si trova, come magnitudine, compresa tra quella delle due stelle di riferimento.

La magnitudine della variabile si potrà ricavare applicando una semplice formula:

$$V = A + (x/x+y) * (B-A)$$

Questo passaggio può essere ovviamente saltato se una delle due differenze di luminosità e zero (cioè se la variabile appare uguale ad una delle due stelle di confronto, con una differenza quindi di zero gradini).

Il metodo di Argelander si presta bene ad una successiva elaborazione dei dati, che prevede la personalizzazione della sequenza di confronto (che per brevità non tratterò in questa sede), che consiste in un adattamento delle magnitudini delle stelle di riferimento, così come sono riportate sulle cartine, a ciò che è stato effettivamente osservato: in questo modo si toglie un certo grado di incertezza legato a fattori soggettivi e alla differente risposta dell' occhio alle diverse lunghezze d'onda.

E' possibile inoltre ricavare una curva di luce, approssimata, anche se non si conosce la magnitudine delle stelle di confronto (cosa ad esempio impossibile se si usa il metodo di Pogson, che prevede la valutazione di una differenza in frazioni di magnitudine), attribuendo alle singole stelle di confronto, supposte non variabili, valori pari al numero medio di gradini osservati fra le stesse e calcolando tramite questi una "pseudomagnitudine" da attribuire a ciascuna stella della sequenza per eseguire poi i calcoli con la formula vista sopra.

Personalizzazione della sequenza di confronto:

La "personalizzazione" della sequenza di confronto consiste nell' aggiustare le magnitudini delle stelle di confronto a ciò che l'osservatore ha effettivamente osservato. Lo scopo di questa operazione è quello di rendere più omogenee le stime di osservatori diversi, di ovviare ad errori nella cartina stessa e di correggere alcuni errori sistematici.
Questo tipo di procedura è applicabile solo a stime effettuate con il metodo di Argelander e richiede l'esecuzione di stime con almeno 3 stelle di confronto (meglio se più di tre).
Il metodo, che in pratica consiste nella determinazione di una curva (retta) di calibrazione, si basa su due ipotesi:

Che la risposta dell' occhio dell'osservatore alle diverse magnitudini sia lineare.
Che gli errori nelle stime siano distribuiti normalmente e che le stime siano tra loro indipendenti.
La prima cosa da fare è calcolare lo scarto medio, in gradini, fra ciascuna coppia di stelle di confronto (in pratica il numero medio di gradini che si è osservato fra le stelle di ciascuna coppia):

S = S (x+y) / n

Dove (x+y) è la somma dei gradini osservati per ciascuna stima con una data coppia di stelle e n il numero delle stime effettuate con quella coppia di stelle di confronto. Per fare un esempio consideriamo questa serie di stime:

A (3) V (2) B
A (5) V (1) B
A (5) V (1,5) B
A (4) V (2) B
A (3) V (2,5) B
A (2) V (4) B

Lo scarto medio per la coppia AB sarà:
SAB = (5 + 6 + 6,5 + 6 + 5,5 + 6) / 6
Per le stime effettuate con la coppia BC:

B (2) V (2) C
B (4) V (1) C
B (3) V (1,5) C
B (3) V (2) C
B (4) V (0,5) C
B (5) V (0,5) C

Lo scarto medio sarà:

SBC = (4 + 5 + 4,5 + 5 + 4,5 + 5,5) / 6

Ammettiamo ora di avere le seguenti stelle di confronto e di avere calcolato, per una serie di stime i corrispondenti scarti medi, come indicato sotto:

A = 6,5
B = 7,0
C = 7,4
D = 8,3
E = 8,6

SAB = 6,30

SBC = 4,30
SCD = 6,51
SDE = 4,80

Costruiamo ora un grafico riportando in ordinata le magnitudini e in ascissa il numero dei gradini osservati , in questo modo:

Stelle
Magnitudine
Gradini

A
6,5
0

B
7,0
0+6,3 = 6,3

C
7,4
0+6,3+4,3 =10,6

D
8,3
0+6,3+4,3+6,51 = 17,11

E
8,6
0+6,3+4,3+6,51+4,8 = 21,91

Se le magnitudini indicate sulla cartina fossero quelle che l'osservatore ha realmente misurato, il grafico dovrebbe essere quello di una retta. Siccome questo in pratica non accade, è necessario calcolare la migliore retta interpolante i punti stessi, mediante il metodo dei "minimi quadrati".
L'equazione generica di una retta può essere scritta così:

$y = a + ux$

Nel nostro caso (a) sarà la magnitudine della stella di confronto più luminosa, (u) il valore medio del gradino (per quel dato osservatore e per quel particolare campo stellare).
I valori di a e u possono essere calcolati così:

a = [(Sy) (Sx2) - (Sx) (Sxy)] / [N Sx2 - (Sx)2]
u = [N Sxy - (Sx) (Sy)] / [N Sx2 - (Sx)2]

Dove:
Sx è la sommatoria dei gradini (nell'esempio 0 + 6,3 + 10,6 + 17,11 + 21,91 = 55,92)
Sx2 è la somma dei quadrati dei gradini (nell'esempio considerato 0 + 39,69 + 112,36 + 292,7521 + 480,0481 = 942,8502)
Sxy è la somma dei prodotti della magnitudine delle singole stelle di confronto per i rispettivi gradini (nell' esempio 6,5 x 0 + 7,0 x 6,30 + 7,4 x 10,60 + 8,3 x 17,11 + 8,6 x 21,91 = 452,979)
Sy è la somma delle magnitudini delle stelle di confronto.
N è il numero delle stelle di confronto

Applicando le formule viste sopra potremo scrivere l'equazione della retta interpolante che, nel nostro caso, sarà :

$y = 6{,}43 + 0{,}101\ x$

A questo punto, sostituendo ad x i valori dei gradini delle altre stelle di confronto (nell'esempio 6,30; 10,60; 17,11; 21,91) si otterranno i corrispondenti valori di y, cioè delle magnitudini corrette delle stelle di confronto B, C, D, E.
Con questi valori si potrà poi calcolare la magnitudine della variabile con la nota formula per il metodo di Argelander.

Simone Santini