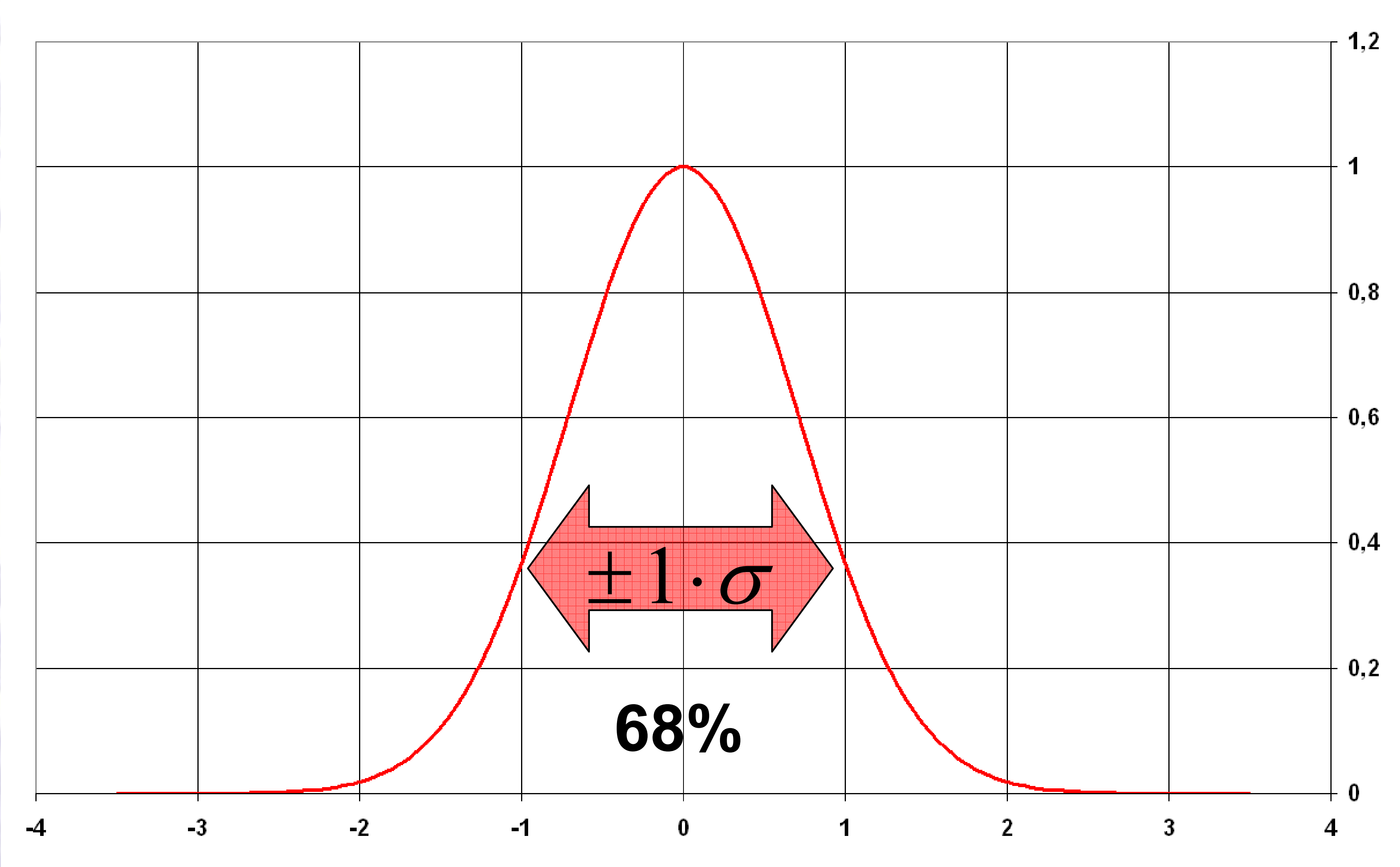
Sezione Stelle Variabili UAI GRAV
Metodi di calcolo dei massimi/minimi

Riccardo Papini

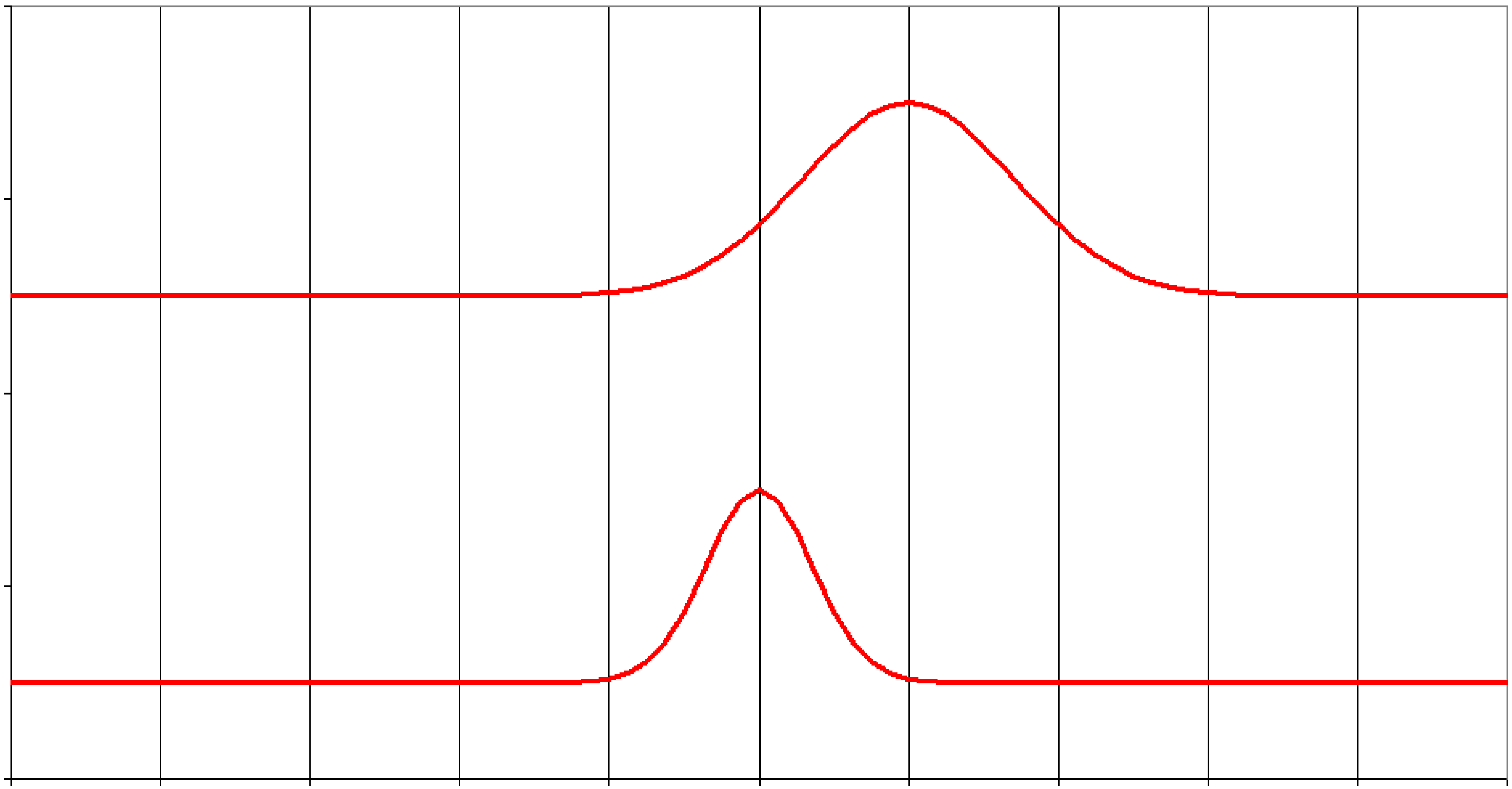
AMELIA 15-16 Maggio 2010

VI meeting SSV UAI GRAV

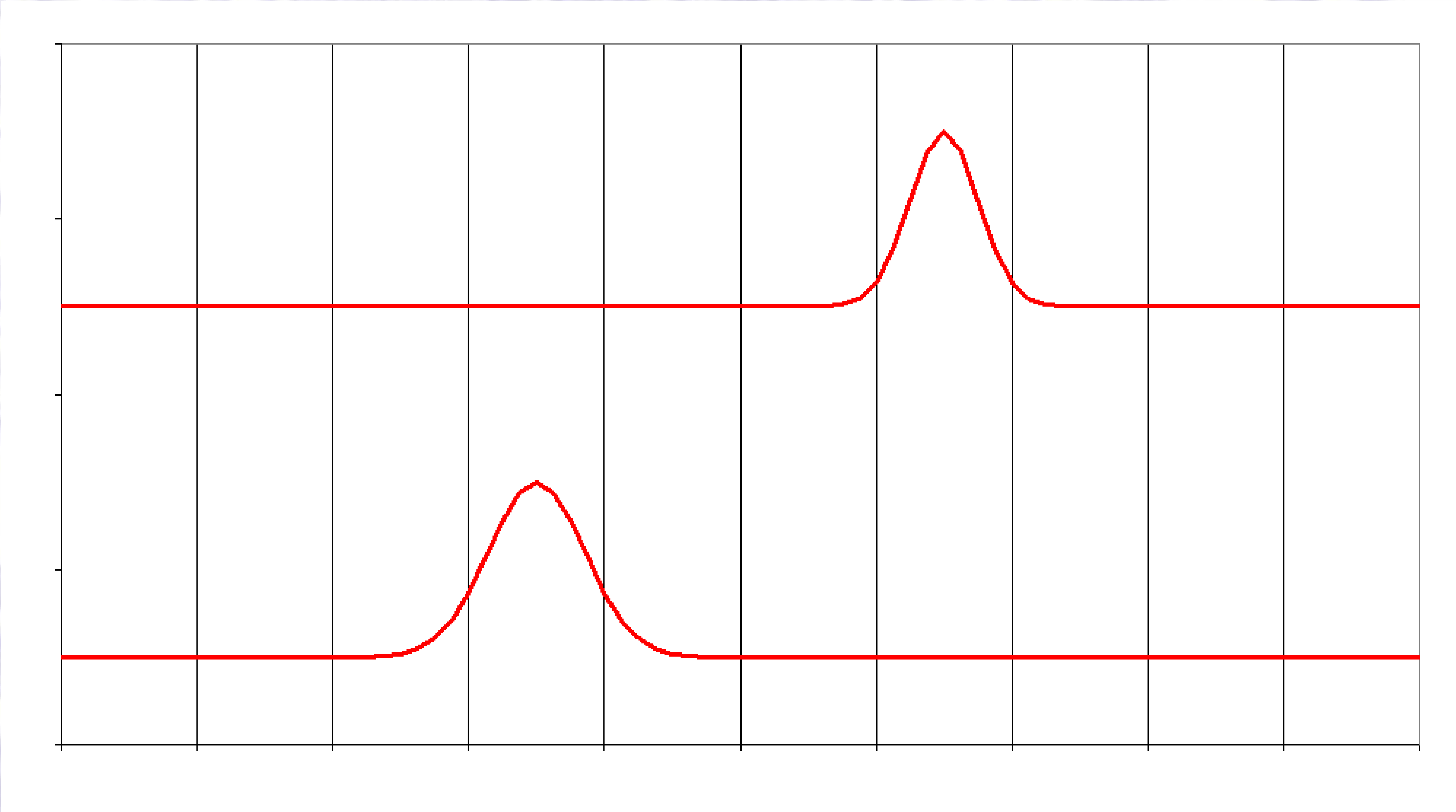
Statistica in pillole: errore di una misura



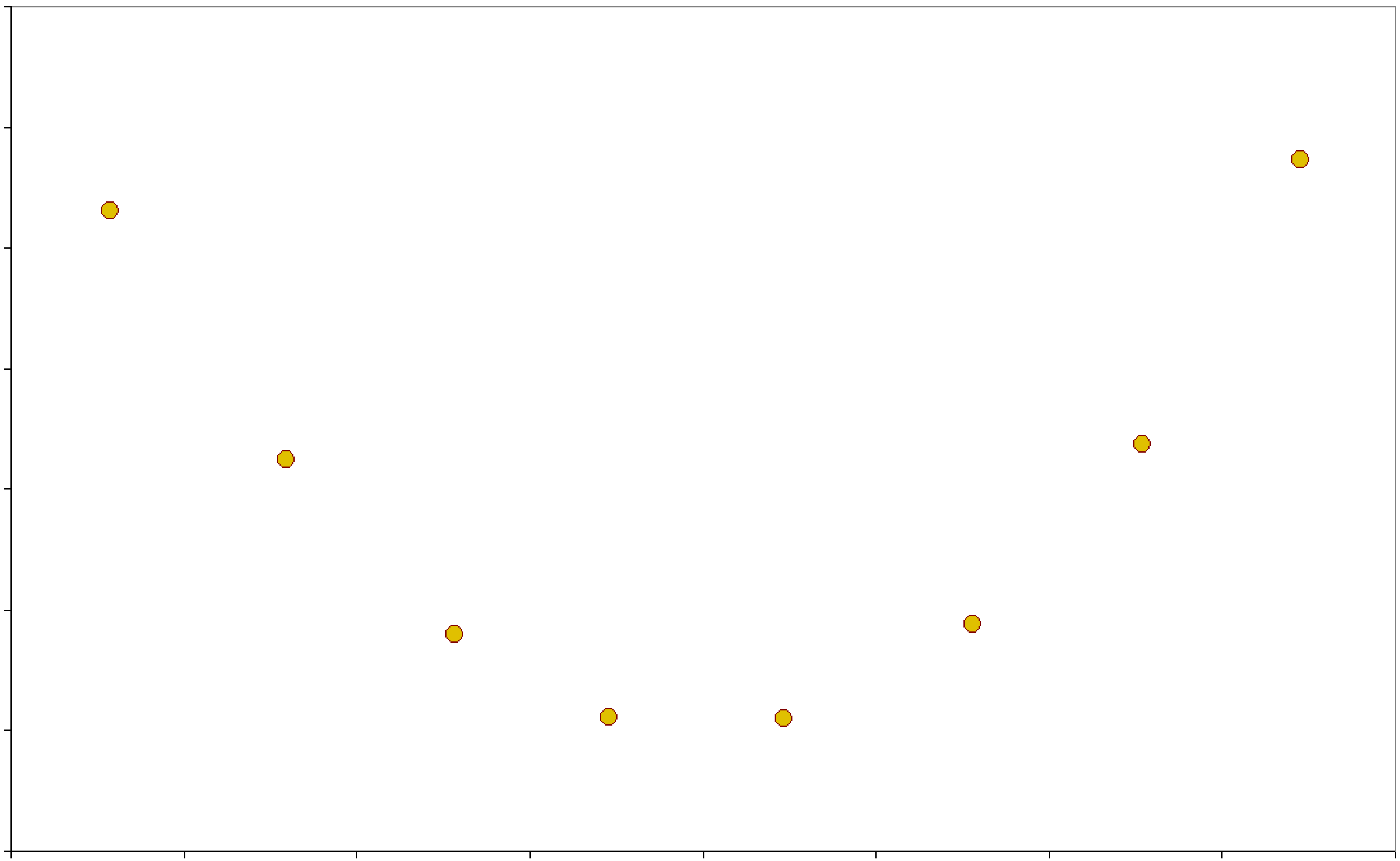
Statistica in pillole: confronto fra misure diverse



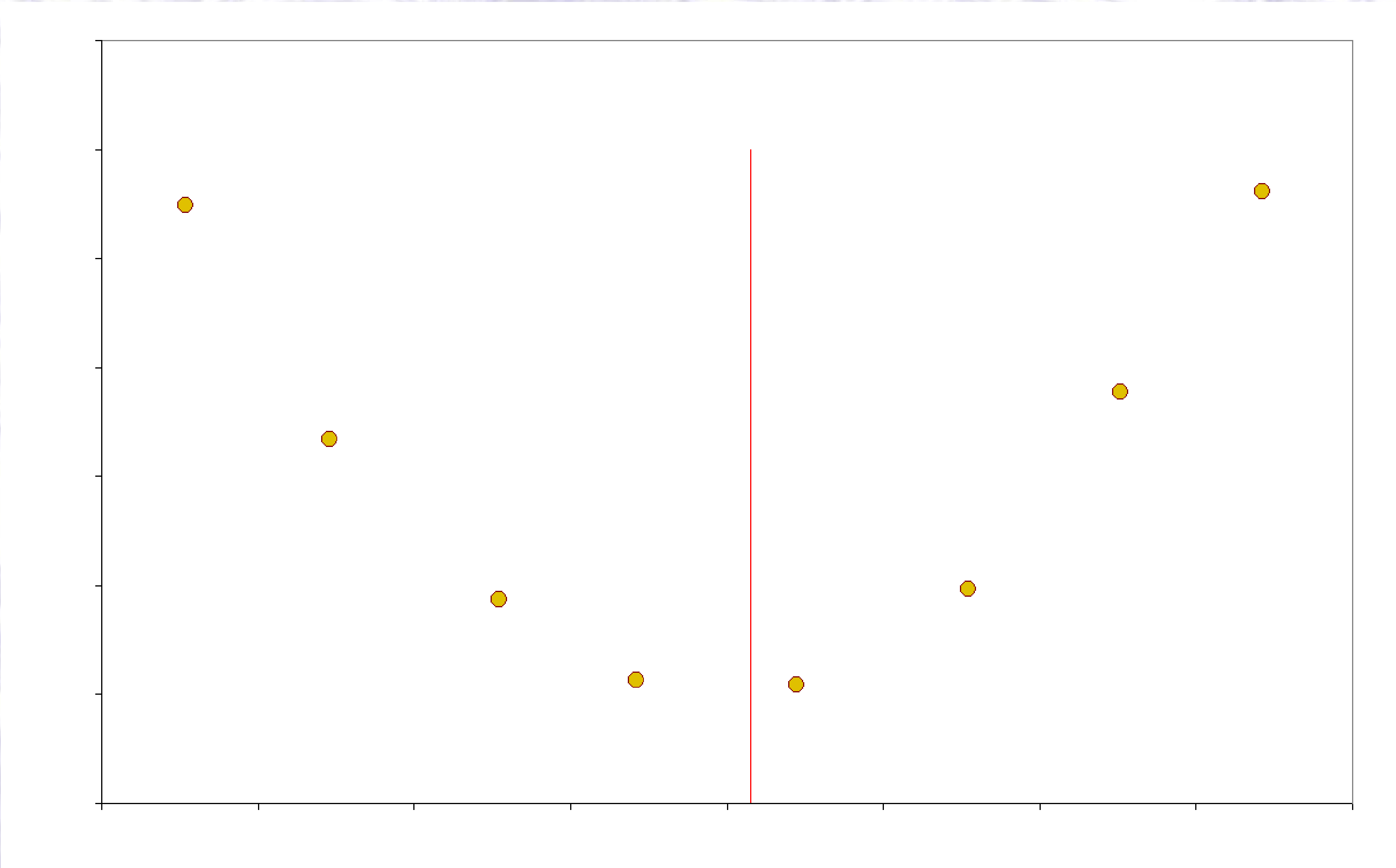
Statistica in pillole: confronto fra misure diverse



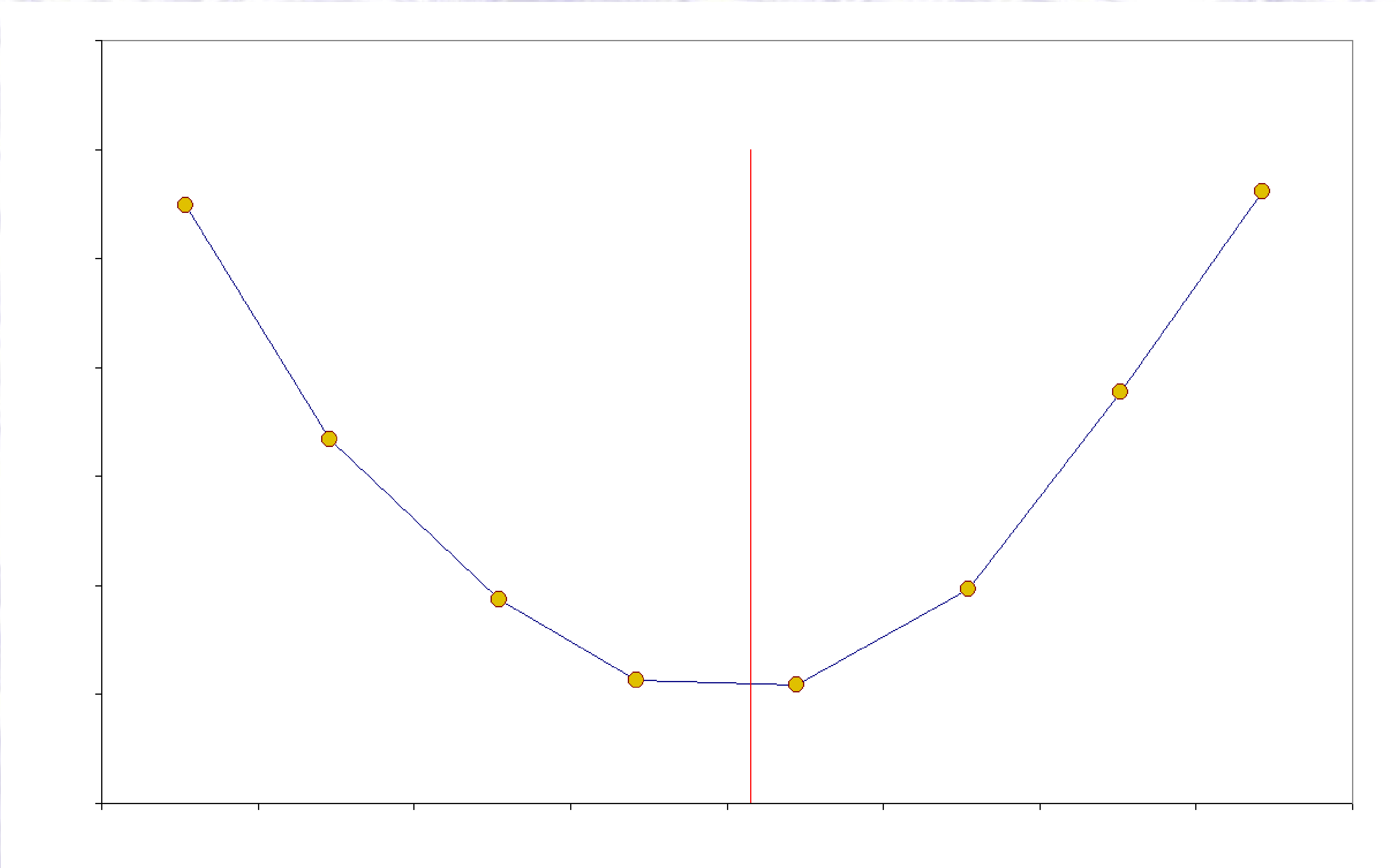
Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden



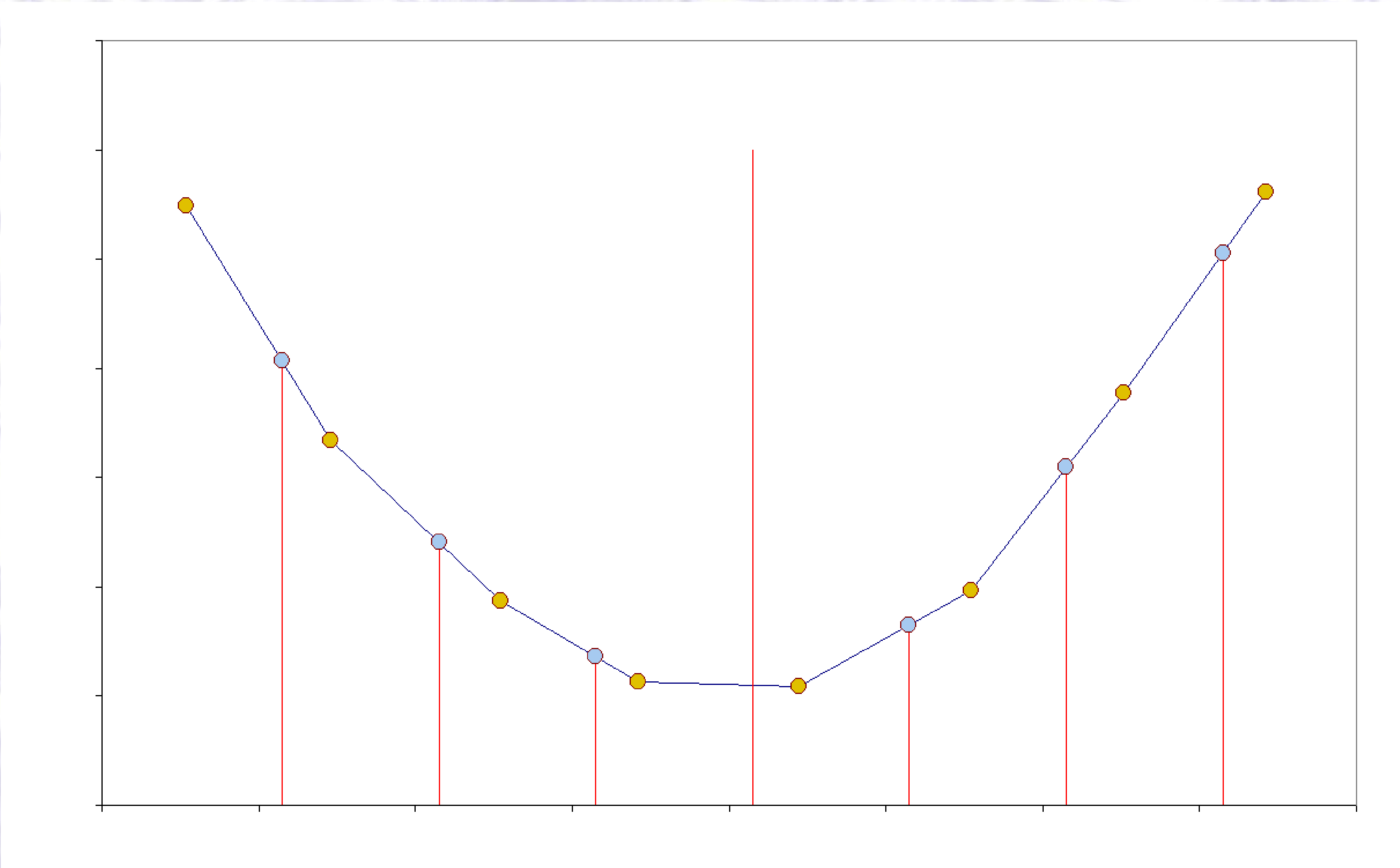
Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden



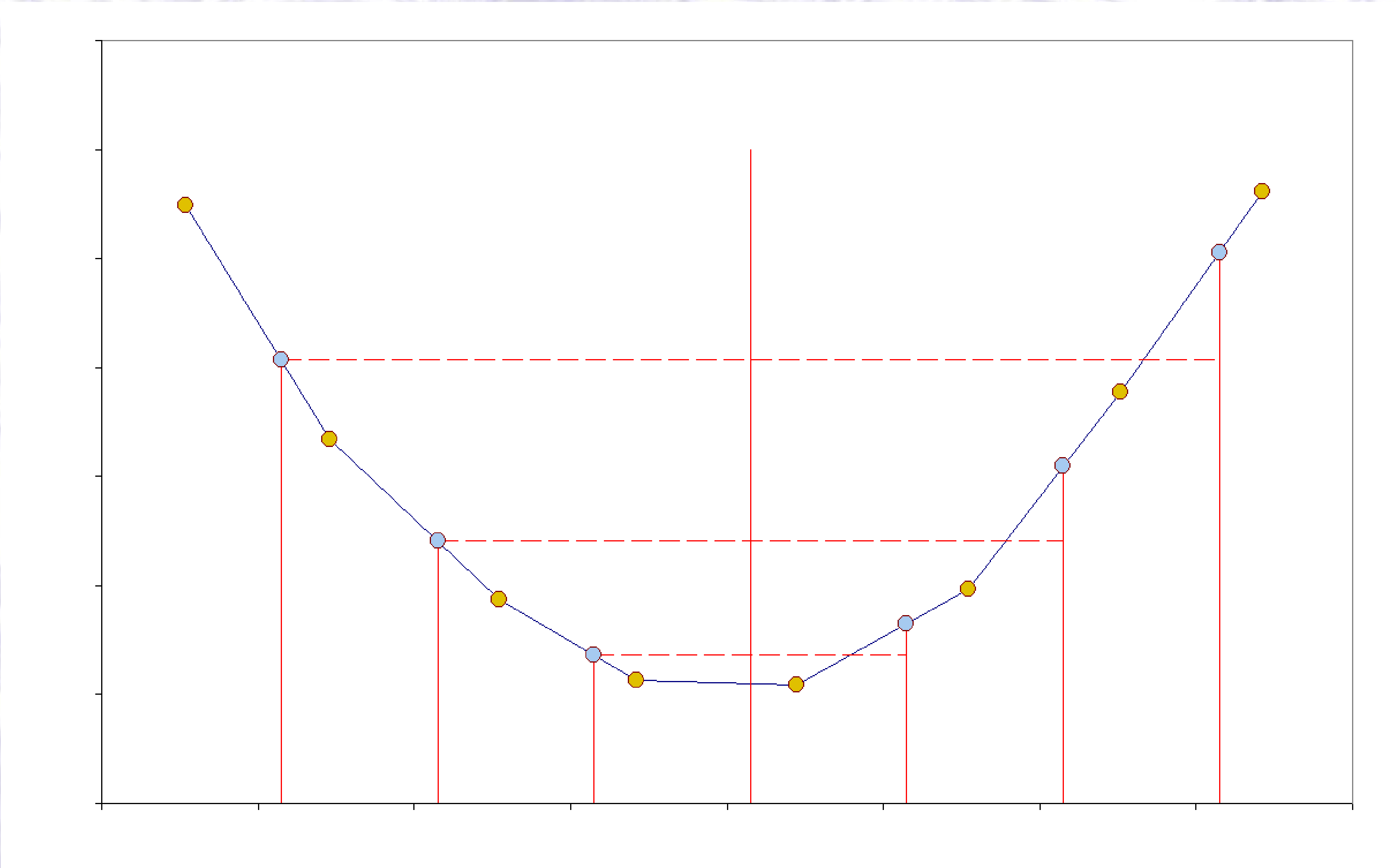
Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden



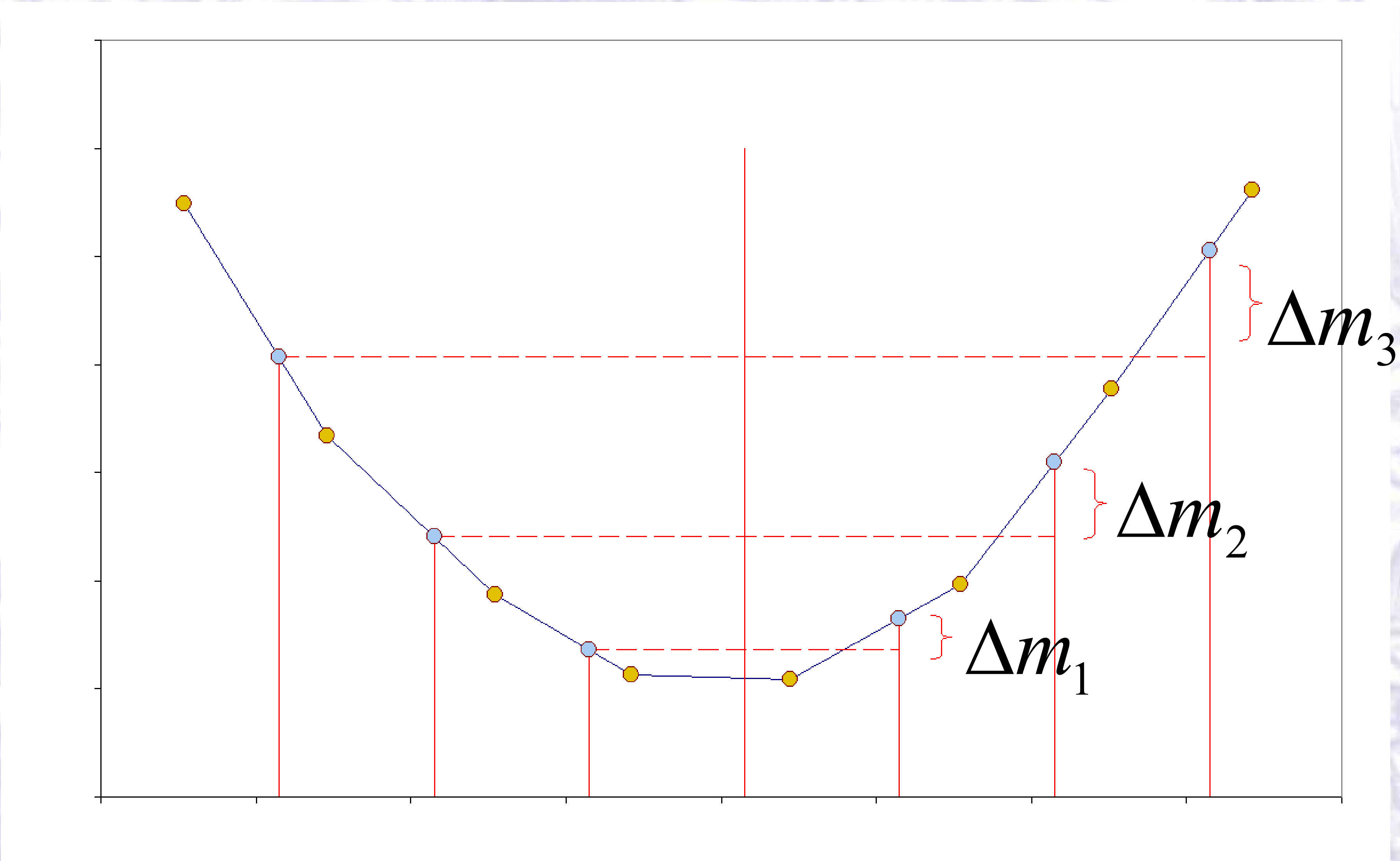
Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden



Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden



Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden



Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden

La funzione di cui cercare il minimo è:

$$S\left(T_{reflection}\right) = \sum_{k=1}^{n} \left(\Delta m_k\right)^2$$

che vicino al minimo può essere approssimata con una parabola:

$$S\left(T\right) = a \cdot T^2 + b \cdot T + c$$

Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden

Calcolando quindi la funzione S(T) per 3 diversi valori di $T_{reflection}$ otteniamo un sistema di 3 equazioni e 3 incognite:

$$S\left(T_r - \frac{1}{2}\Delta T\right) = a \cdot \left(T_r - \frac{1}{2}\Delta T\right)^2 + b \cdot \left(T_r - \frac{1}{2}\Delta T\right) + c$$

$$S(T_r) = a \cdot T_r^{\,2} + b \cdot T_r + c$$

$$S\left(T_r + \frac{1}{2}\Delta T\right) = a \cdot \left(T_r + \frac{1}{2}\Delta T\right)^2 + b \cdot \left(T_r + \frac{1}{2}\Delta T\right) + c$$

da cui calcolare i coefficienti a, b e c della parabola

Algoritmo #1: metodo di Kwee and Van Woerden

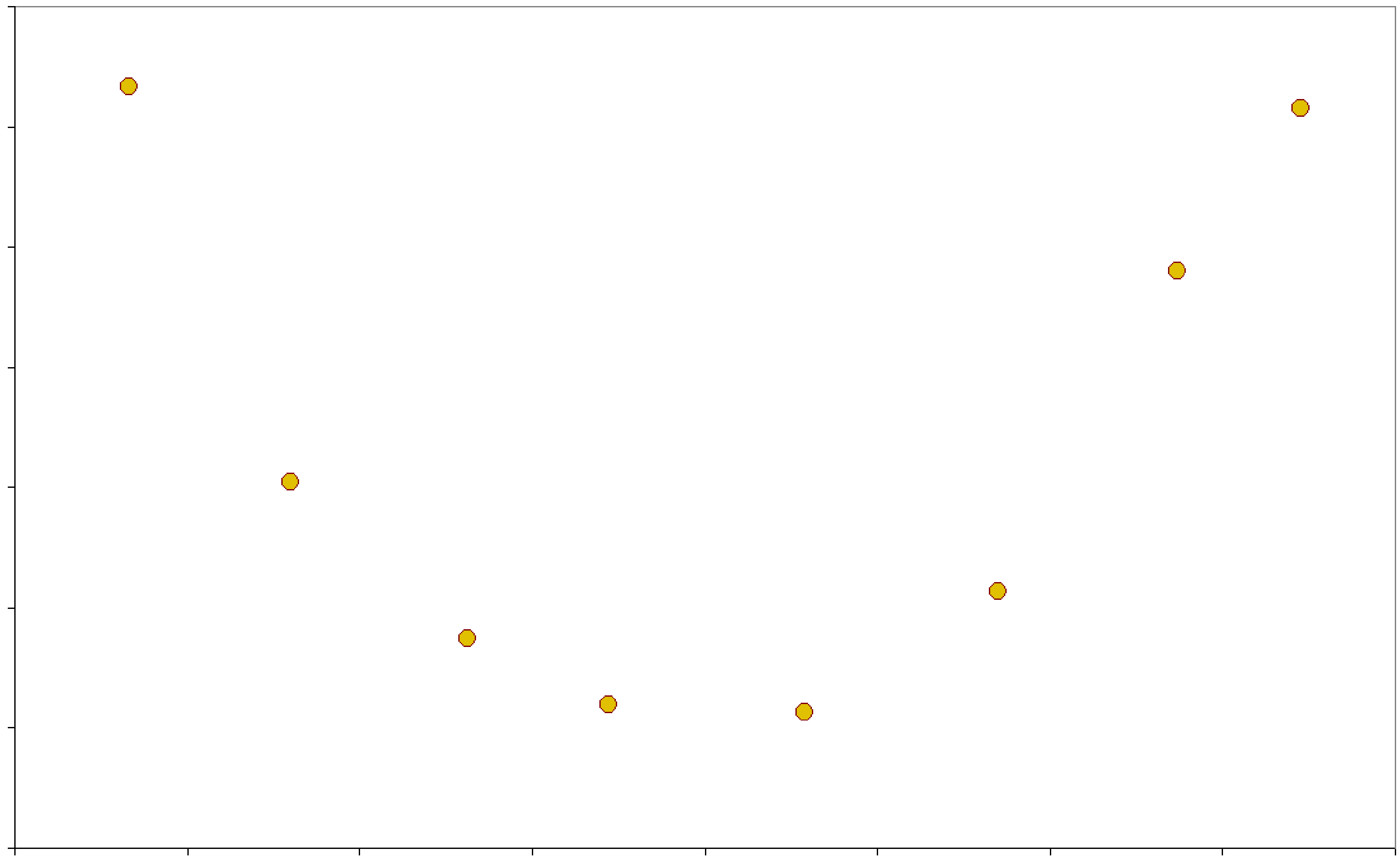
A questo punto possiamo calcolare l'istante del minimo corrispondente al minimo della parabola:

$$T_0 = -\frac{b}{2a}$$

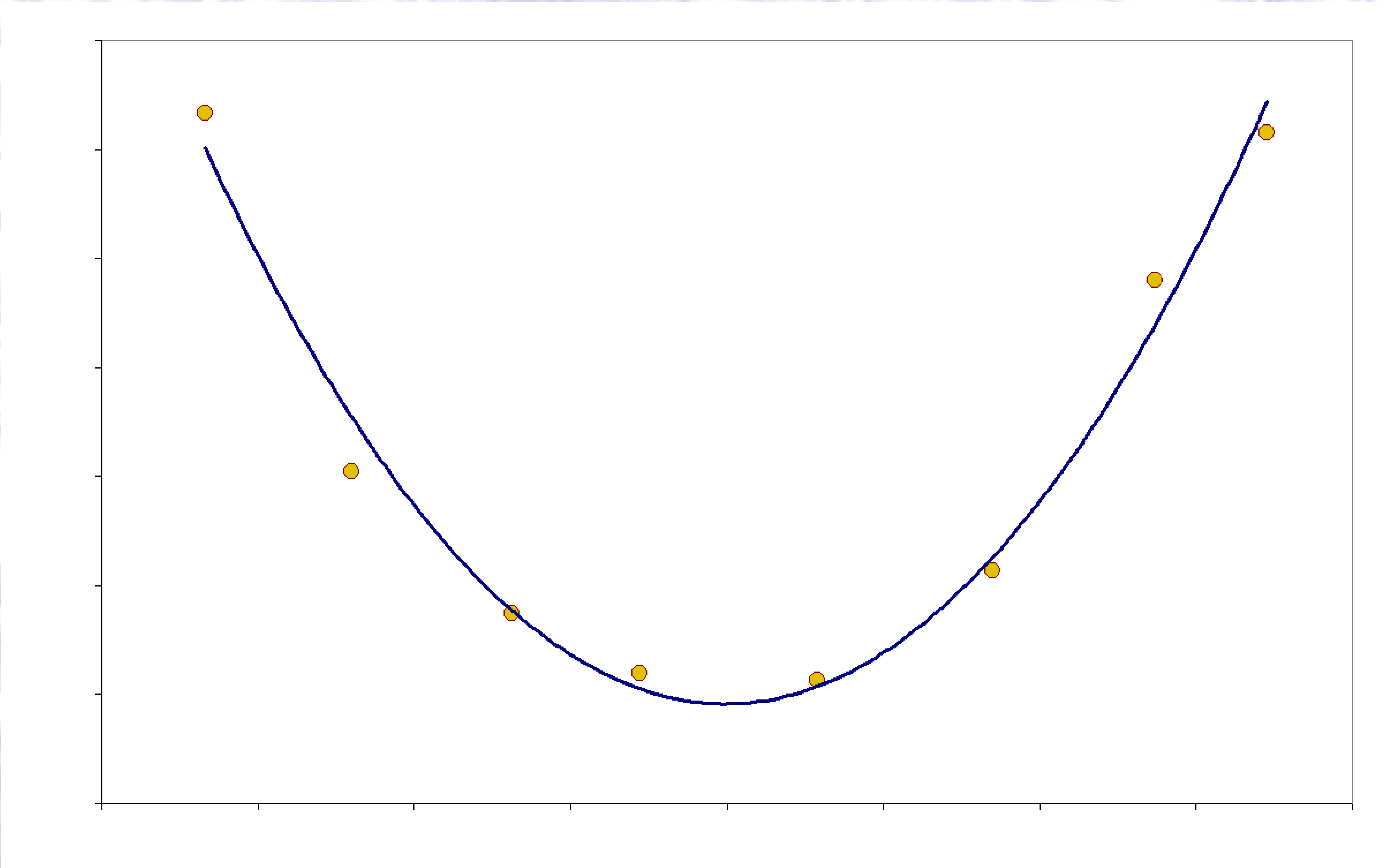
L'errore medio sull'istante di minimo è:

$$\sigma_{T_0} = \frac{4ac - b^2}{4a^2(Z-1)}$$

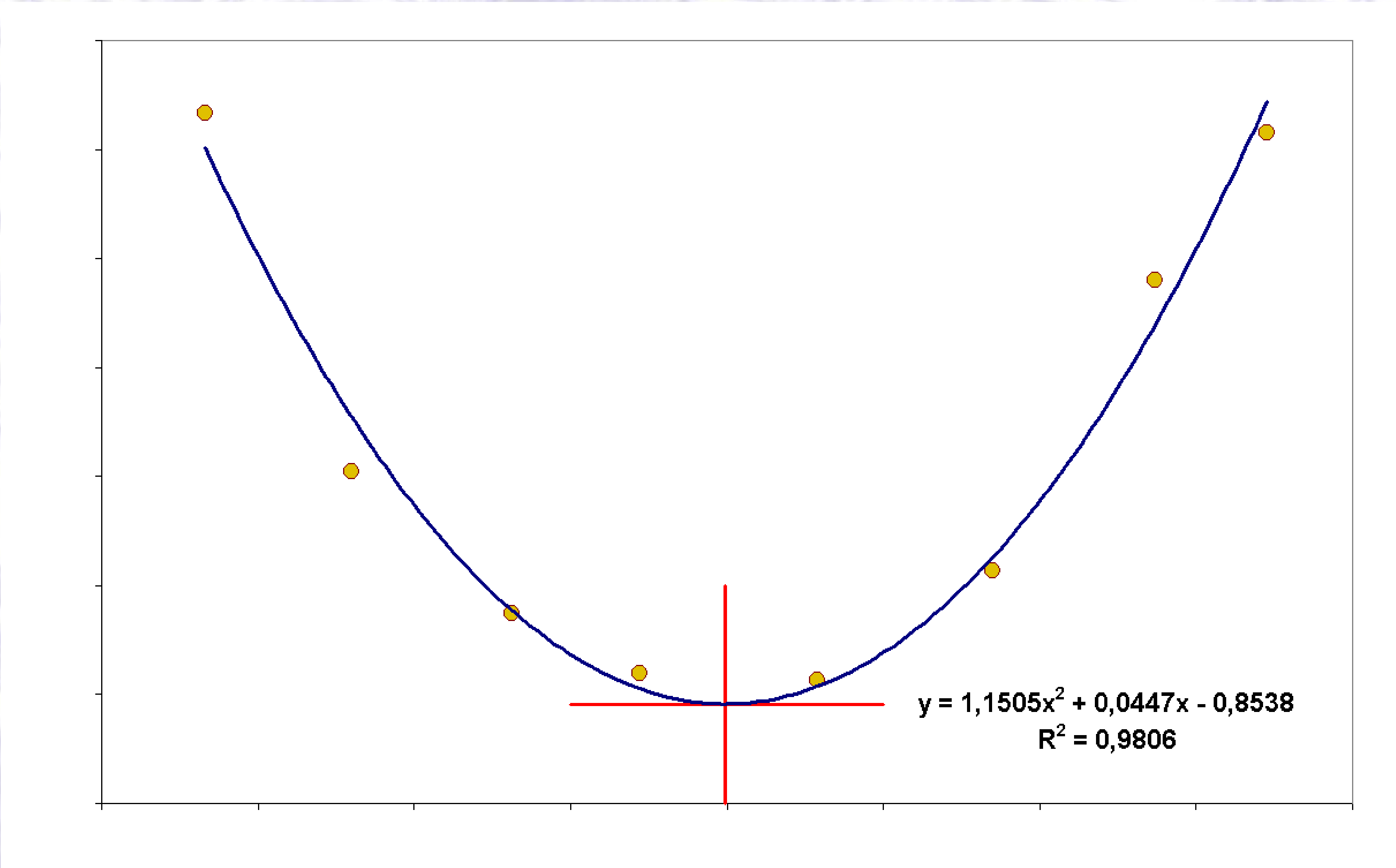
Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante



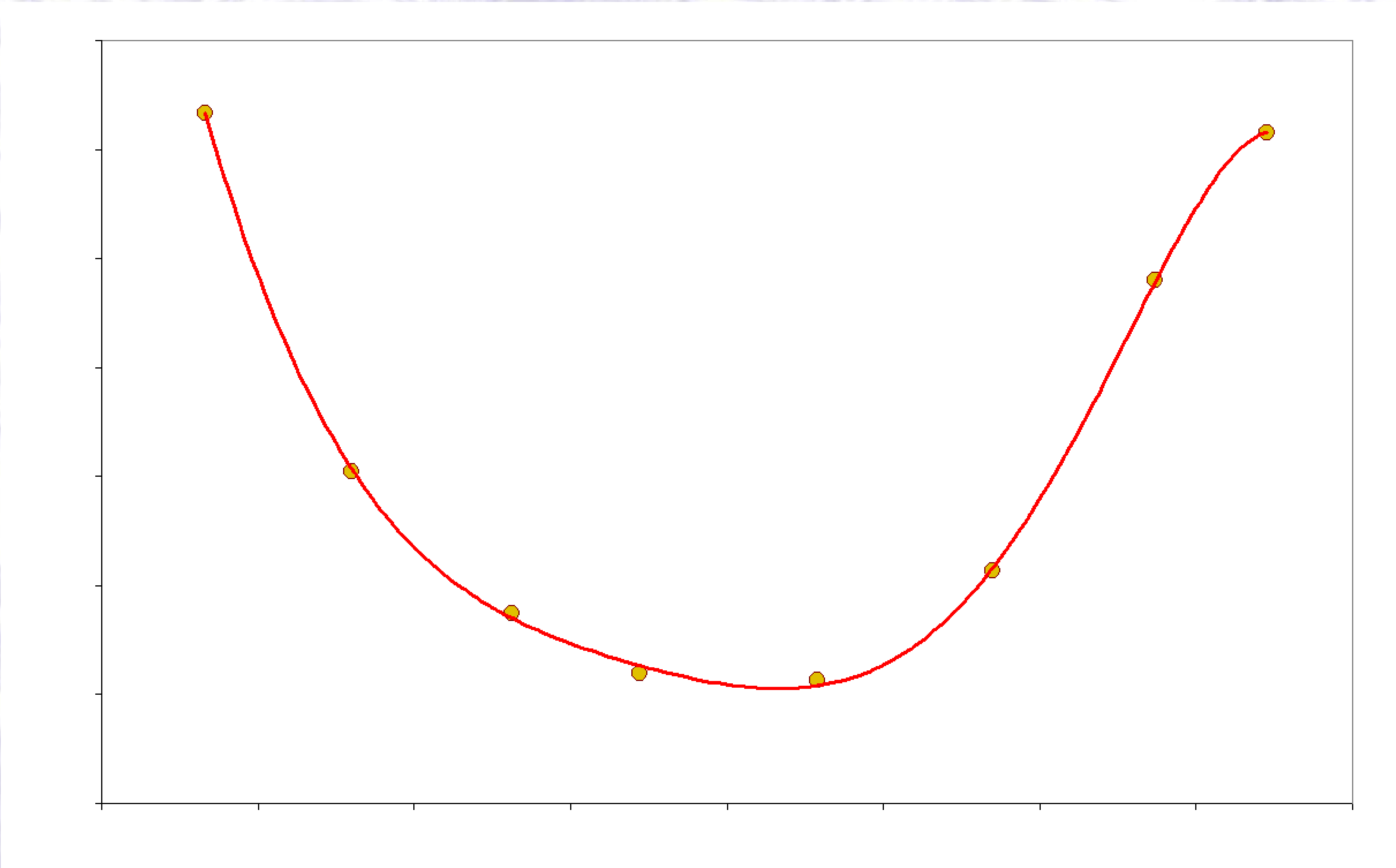
Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante



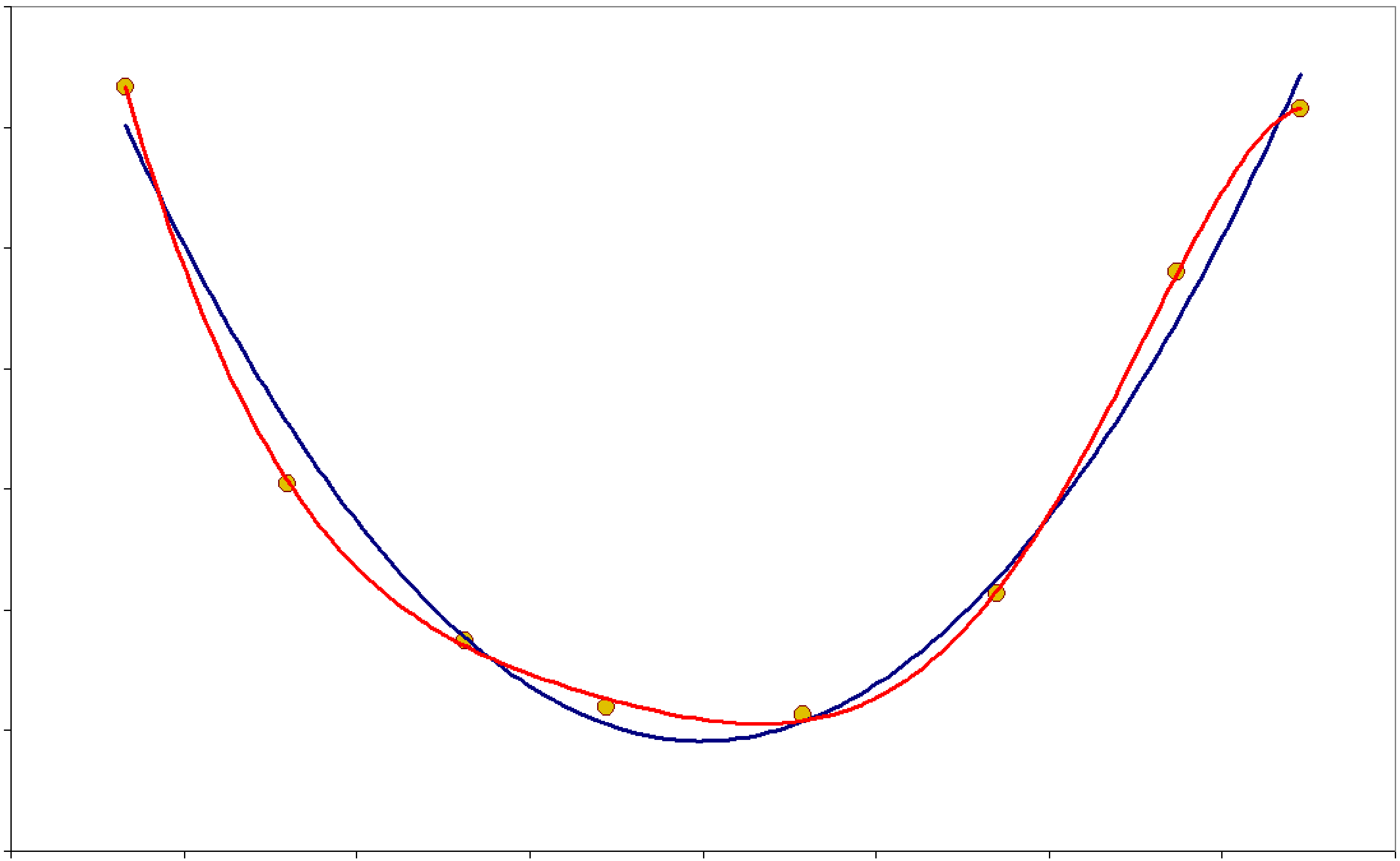
Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante



Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante



Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante



Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante

Se indichiamo con M(i) e T(i) con i=1,2, … , N i valori osservati di magnitudine e tempo, possiamo calcolare i residui:

$$R(i) = M(i) - \sum_{j=0}^{m} a_j T^j(i) \rightarrow i = 1,2,...,N$$

La funzione di cui trovare il minimo è:

$$f(a_0, a_1, ..., a_n) = \sum_{i=1}^{N} R(i)^2$$

Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante

Calcolando le derivate parziali della funzione:

$$\frac{\partial f}{\partial a_k} = 0 \rightarrow k = 0,1,...,m$$

Otteniamo un sistema di m+1 equazioni e m+1 incognite da cui ricavare i coefficienti a_j

$$\sum_{j=0}^{m} a_j \sum_{i=1}^{N} T(i)^{k+j} = \sum_{i=1}^{N} T(i)^k M(i) \rightarrow k = 0,1,...,m$$

Algoritmo #2: metodo del polinomio interpolante

L'istante del minimo può essere infine trovato calcolando la derivata prima del polinomio:

$$\frac{dP(T)}{dx} = ma_m T^{m-1} + \ldots + 2a_2 x + a_1$$

L'errore medio sull'istante di minimo è:

$$\boxed{\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} R(i)}{n-(m+1)}}}$$